



**Unendlichkeit ist ein paradoxer Begriff,
der etwas bezeichnet,
das sich weder beobachten noch nachweisen lässt.**

Wenn ein Getriebe auf der einen Seite von einem Motor angetrieben wird und auf der anderen Seite blockiert ist, dann wird der Techniker die Augen verdrehen. Die Sinnhaftigkeit des Blockierens scheint widersinnig zu sein. Wenn aber der antreibende Motor trotz des Blockierens noch schnell drehen kann und das Festsetzen des letzten Zahnrades bedeutungslos wird, dann weckt das sein Interesse. Das Modell **Blick ins Unendliche** lehrt nicht nur zu verstehen, sondern auch zu begreifen, wie unvorstellbar manche Sachverhalte sind.

Das Modell **Blick ins Unendliche** ist auch bekannt als Unendlichkeitsmotor. Da aber der Begriff „Unendlichkeit“ für einen Mathematiker ein wahrhaft dehnbare Begriff ist, und hier mit einem endlichen, mechanischen Ding verbunden ist, gefiel mir der Begriff Unendlichkeitsmotor nicht. Das Modell **Blick ins Unendliche** zu nennen traf eher meinen Geschmack.

Dieses kleine handflächengroße Getriebe verdeutlicht exponentielle Expansion bzw. Degression auf eindrucksvolle Weise. Hier sind nur 30 Kombinationszahnäder verbaut und das Untersetzungsverhältnis mit 5:1 ist überschaubar. Und dennoch entfernen wir uns rasch aus den realitätsnahen und vorstellbaren Zahl- und Zeitbereichen.

Einen anwendbaren Aspekt hat dieses Getriebe nicht. Aber es lädt ein, seine Gedanken in einem kleinen Teil mathematischen, physikalischen und philosophischen Denkens schweifen zu lassen. Die Berechnungen und Aspekte geben dem Bausatz/Getriebe erst seinen Sinn. Die geistige Beschäftigung damit ist für mich wie ein schönes Lied. Anfangs ist man begeistert, dann wird es beiläufig bekannt und später wirkt es wie ein Oldie, den man gerne mal wieder hört.

(Viele der nachfolgend genannten Zahlen beinhalten Ungenauigkeiten; sie sollen nur eine Vorstellung vermitteln. Ein Mathematik Professor lehrte uns den Satz: Je genauer das Ergebnis, umso größer ist das Unverständnis von Mathematik. Hier findet er Anwendung.)

Wie schnell dreht sich der Motor, wenn er die Reibungskräfte der Zahnräder überwinden muss?

Das große Zahnrad des Doppelzahnrades 5 dreht sich einmal in ca. 30 Sek.

Die Motordrehzahl wurde bis zur fünften Zahnradkombination bereits 5 mal im Verhältnis 5:1 untersetzt.

- $30 \text{ s} = \text{Zeit einer Motorumdrehung} \cdot 5^5 \quad | :5^5 \quad (5^5 = 3125)$
- der Motor benötigt also ca. 0,01 Sek für eine Umdrehung (0,0096 s)
- das sind $60 : 0,0096 = \mathbf{6250 \text{ rpm}}$ (Umdrehungen pro Minute)

Die Leerlaufdrehzahl des Motors ist mit max. 12.000 rpm angegeben. Diese Drehzahl bezieht sich aber auf einen belastungsfreien Betrieb. Insofern erscheint die halbe Drehzahl als realistisch, weil der Motor die Reibungskräfte der Zahnräder überwinden muss.

Wie lange dauert es, bis sich das letzte Zahnrad einmal gedreht hätte?

- Der Motor benötigt für eine Umdrehung 0,0096 Sek
- Das erste weiße Zahnrad am Motor muss sich 5 mal drehen, um das zweite Zahnrad einmal zu drehen
- Das zweite Zahnrad muss sich auch 5 mal drehen bis dessen kleines Doppelzahnrad das große Zahnrad der dritten Zahnradkombination einmal gedreht hat.
- Dieses Übersetzungsverhältnis 5:1 wiederholt sich vom Motor bis zum letzten Zahnrad 30 mal
- Das grüne Motorzahnrad müsste sich also 5^{30} mal drehen bis auch das letzte rote Zahnrad eine Umdrehung vollzogen hätte

$0,0096 \text{ s} \cdot 5^{30} = 8.940.696.716.308.593.750 \text{ s}$ (8,9... Trillionen Sekunden)

$8.940.696.716.308.593.750 \text{ s} : 60 = 149.011.611.938.476.562 \text{ min}$

$149.011.611.938.476.562 \text{ min} : 60 = 2.483.526.865.641.276 \text{ Std}$

$2.483.526.865.641.276 \text{ Std} : 24 = 103.480.286.068.386 \text{ Tage}$

$103.480.286.068.386 \text{ Tage} : 365 = 283.507.633.064 \text{ Jahre}$

- In rund 283 Milliarden Jahren würde sich das rote Zahnrad ein einziges Mal gedreht haben
- Wenn man den Astrologen Glauben schenkt, wird sich unsere Sonne in etwa 4 Milliarden Jahren die Erde einverleibt haben. Bis dahin hätte sich das letzte Zahnrad noch nicht um einen Zahn weiterbewegt.

Im Bereich der großen Zahlen – keineswegs!

Nehmen wir an, wir könnten so schnell zählen, wie sich der Motor dreht – ca. 100 Teilchen (Neutronen, Elektronen, Protonen, etc.) pro Sekunde.

Könnten wir in der Zeit bis zur ersten Umdrehung des roten Zahnrades (in 283 Milliarden Jahren) die Teilchen zählen, die in 1 cm³ Kohlenstoff enthalten sind?

Überschlagen wir:

- 1 cm³ Kohlenstoff das Gewicht von ca. 2 Gramm.
- 1 Mol Kohlenstoff wiegt ca. 12 Gramm
- Dieser 1 cm³ Kohlenstoff enthält also 1/6 Mol
- 1 Mol ist per Definition die Anzahl von $6,02214076 \cdot 10^{23}$ Teilchen, (ca. 602 Trilliarden)
- In dem 1 cm³ Kohlenstoff sind also (1/6 von 602 Trilliarden) ca. 100 Trilliarden Teilchen
- Bei einer Zählgeschwindigkeit von 100 Teilchen pro Sekunde brauchen wir 1 Trilliarden Sekunden, um die Teilchen des einen cm³ Kohlenstoffes zu ermitteln.
- 1.000.000.000.000.000.000.000 sec : 8.940.696.716.308.593.750 sec = ...

(Zähldauer der Teilchen von 1 cm³ Kohlenstoff) : (Umlaufdauer des roten Zahnrades)

- Letztlich vergingen über 100 Umdrehungen (1 Trilliarden : rund 8,9 Trillionen) des letzten Zahnrades, bis wir die Teilchen von 1 cm³ Kohlenstoff gezählt hätten.

Ebenso erstaunlich ist ein weiterer Aspekt. Die Teilchen in dem Kohlenstoff liegen nicht eng beieinander. Vielmehr nimmt der Atomkern nur 1/20.000 bis 1/150.000 des Durchmessers einer Atomhülle ein. Zwischen Atomkern und den Elektronenbahnen ist nichts, also eine relativ große Leere. Lügen die Atomkerne eng aneinander, dann wäre 1 cm³ dieser Masse um die 100 Millionen Tonnen schwer.

Zeit bis zur Selbstzerstörung

- Das letzte Zahnrad ist fixiert. Nehmen wir an, dass ein Zahn bricht, wenn sich das Zahnrad um 0,1⁰ verwindet
- 360⁰ entsprechen einer kompletten Drehung
- Die Laufzeit des letzten Zahnrades muss man also durch 3600 für 0,1⁰ teilen, bis sich der Bruch ereignet
- 283.507.633.064 Jahre : 3600 = 78.752.120 Jahre

Wenn eine Maschine heil bleiben soll, dann müsste man sich ein Memo eintragen, das lauten könnte:

Maschine spätestens in 78 Millionen Jahren abstellen.

In welcher Zeit würde ein nicht festgeschraubtes rotes Zahnrad schnellstens eine Umdrehung zurückgelegt haben können?

Auch wenn das nur eine hypothetische Betrachtung ist, so nehmen wir an, dass sich die Zähne des grünen Motorritzels mit Lichtgeschwindigkeit bewegen könnten.

- Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa 300.000 km/sec
- Das grüne Motorritzel hat einen Durchmesser von 7 mm
- Der Umfang ist demnach $7 \text{ mm } \pi = \text{ca. } 22 \text{ mm}$
- $22 \text{ mm} = 2,2 \text{ cm} = 0,22 \text{ dm} = 0,022 \text{ m} = 0,000022 \text{ km}$ (= Distanz der zurückgelegten Strecke der äußeren Teile des grünen Motorritzels bei einer Umdrehung)
- $300.000 \text{ km/sec} : 0,000022 \text{ km/U} = 13.636.363.636 \text{ U/sec}$. (Drehgeschwindigkeit des grünen Zahnrades bei Lichtgeschwindigkeit)
- $13.636.363.636 : 5^{30} = 0.0000000001464193396325$ (Teil einer Umdrehung pro Sekunde des roten Zahnrades bei Lichtgeschwindigkeit des grünen Motorritzels)
- $1 \text{ U} : 0.0000000001464193396325 \text{ U/sec} = 68.296.988.807 \text{ sec}$.
- $68.296.988.807 \text{ sec} = 1.138.283.146 \text{ min}$
- $1.138.283.146 \text{ min} = 18.971.385 \text{ Std}$
- $18.971.385 \text{ Std} = 790.474 \text{ Tage}$
- $790.474 \text{ Tage} = 2.165 \text{ Jahre}$

Selbst bei Rotations-Lichtgeschwindigkeit des grünen Motorzahnrades könnte sich das rote Zahnrad frühestens in 2165 Jahren einmal gedreht haben.

Physik und Mathematik harmonieren nicht immer

Ich bin schon des Öfteren mit dem Gedanken konfrontiert worden, dass sich das letzte Rad bei jeder Umdrehung des Antriebsrades doch ein wenig drehen müsste, wenn nur das Spiel zwischen den Zahnrädern Null sei. Mathematisch (theoretisch) gesehen müsste das so sein. Der Umgang mit der Unendlichkeit (im Großen wie im Kleinen) als theoretische Aussage geht dem Mathematiker leicht und unbedarft über die Lippen. Mathematisch ließe sich die Annahme sogar „beweisen“ und die Länge der Bewegung in einer Größe ausdrücken.

Aber hier spielt die Physik nicht mit.

Aus dem Ergebnis des vorhergehenden Aspekts dreht sich das letzte Rad mit seinen 50 Zähnen bei „Rotations-Lichtgeschwindigkeit“ einmal in 2165 Jahren. Also wird es bei dieser Rotationsgeschwindigkeit um einen Zahn in etwa 40 Jahren weiter bewegt. In dieser Zeit hätte ein Punkt auf dem Antriebsrad die Distanz von 40 Lichtjahren (ca. 380 Billionen km = 380 Trillionen mm) zurücklegen müssen, um auf dem letzten Zahnrad eine Bewegung von ca. 2 mm zu verursachen.

Die Bewegung von nur einer Umdrehung auf dem Antriebsrad würde also nach mathematischen Gesichtspunkten eine Bewegung auf dem letzten Zahnrad bewirken, die unfassbar klein ist. (Größenordnung 10^{-40} mm) Die Quantenphysik geht davon aus, dass Quanten nicht mehr teilbar sind, also eine Mindestgröße haben. Mein Verständnis von der Quantenphysik reicht nicht aus, um die Größe der theoretischen Drehbewegung des letzten Zahnrades fachlich korrekt in Beziehung zur Mindestgröße eines Quantums zu bringen. Sie

wird wahrscheinlich die Größe eines Quantums unterschritten haben. Für den Mathematiker wäre das kein Problem, für den Physiker öffnet sich hier ein Widerspruch.

Die Dinge einmal anders zu sehen erhellt...

Ein Astronom, ein Physiker und ein Biologe sind befreundet und fahren mit dem Zug nach Schottland zum Wandern. Als sie gerade die Grenze überfahren, sehen sie auf einer Wiese ein schwarzes Schaf.

„Oh,“ sagt der Astronom „in Schottland sind die Schafe auf den Wiesen schwarz.“

„Nein, nein,“ entgegnet der Biologe „auch in Schottland sind nur einzelne Schafe schwarz.“

Der Mathematiker stöhnt leise und entgegnet den Freunden: „In Schottland gibt es mindestens eine Wiese und mindestens ein Schaf, das von mindestens einer Seite schwarz ist.“

Berechnung der Umlaufzeiten der einzelnen Doppelzahnräder (stellenweise als grob gerundeter Wert)

Zahnrad	Umlaufdauer		
Motor	0,0096 s	16	46 Jahre
1	0,048 s	17	232 Jahre
2	0,24 s	18	1.161 Jahre
3	1,2 s	19	5.806 Jahre
4	6 s	20	29.031 Jahre
5	30 s	21	145.156 Jahre
6	2 min 30 s	22	725.780 Jahre
7	12 min 50 s	23	3.628.898 Jahre
8	1 Std 3 min	24	18.144.489 Jahre
9	5 Std 15 min	25	90.722.443 Jahre
10	1 Tag 6 Std 30 min	26	453.612.213 Jahre
11	8 Tage	27	2.268.061.065 Jahre
12	40 Tage	28	11.340.305.323 Jahre
13	200 Tage	29	56.701.526.613 Jahre
14	2 Jahre	30	283.507.633.064 Jahre
15	9 Jahre		